

Téma 2: Výrazy, poměr

(úprava výrazů, podmínky řešitelnosti, algebraické vzorce, hodnota výrazů, poměr, měřítko na mapě)

Příklady

Zápis výrazů

1) Zapište jako výraz:

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a) součet trojnásobku libovolného čísla x a čísla 2 | $3x + 2$ |
| b) trojnásobek součtu libovolného čísla x a čísla 2 | $3(x + 2)$ |
| c) druhou mocninu součtu dvojnásobku libovolného čísla x a čísla 8 | $(2x + 8)^2$ |
| d) součet druhých mocnin čísel a, b | $a^2 + b^2$ |
| e) druhou mocninu součtu čísel a, b | $(a + b)^2$ |
| f) podíl součtu a rozdílu čísel x, y zvětšený o 3 | $\frac{x+y}{x-y} + 3$ |
| g) když umocníme na druhou třetinu rozdílu dvou čísel x, y
a zvětšíme toto číslo o jejich součin, tak dostaneme výraz? | $\left(\frac{x-y}{3}\right)^2 + xy$ |

2) Vyjádřete obvod rovnoramenného trojúhelníku, jehož základna má délku x a ramena jsou o 3 cm delší.

$$3 \cdot (x + 2)$$

3) O kolik % se zmenší obsah obdélníku, jestliže jeho délku zmenšíme o $\frac{1}{3}$ a šířku zmenšíme o 10 %?

$$(40 \%)$$

4) O kolik se zvětší obvod obdélníku, jestliže jeho délku zvětšíme o polovinu a šířku zvětšíme o 20 %?

$$(a + 0,4b)$$

Podmínky výrazů

1) Uveďte, kdy mají smysl následující výrazy:

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\frac{2-x}{2x}$ [$x \neq 0$] | b) $\frac{1}{x-1}$ [$x \neq 1$] | c) $\frac{3}{4x^2+4x}$ [$x \neq 0$; $x \neq -1$] |
| d) $\frac{x+2}{(x-2)(x-3)}$ [$x \neq 2$; $x \neq 3$] | e) $\frac{4}{x^2+1}$ [platí pro každé x] | f) $\frac{x+1}{x^2-4}$ [$x \neq \pm 2$] |

2) Urči podmínky, za kterých má výraz $\frac{a^2+5}{a^2+5a}$ smysl:

- | | | | |
|------------------|----------------------------|---------------|-----------------------------|
| a) $a^2 \neq -5$ | b) $a \neq 0$; $a \neq 5$ | c) $a \neq 0$ | d) $a \neq 0$; $a \neq -5$ |
|------------------|----------------------------|---------------|-----------------------------|

3) Určete podmínky, za kterých má výraz $\frac{3x+6}{y(4x^2-8x)}$ smysl:

- | | | | |
|----------------------------|---|--|-----------------------------|
| a) $y \neq 0$; $x \neq 2$ | b) $y \neq 0$; $x \neq 0$; $x \neq 2$ | c) $x \neq -2$; $x \neq 0$; $y \neq 0$ | d) $x \neq -2$; $x \neq 0$ |
|----------------------------|---|--|-----------------------------|

Algebraické vzorce

$$(3x - y)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot (3x) \cdot y + (y)^2 = 9x^2 - 6xy + y^2$$

$$\left(\frac{1}{2}a + 2b\right)^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}a\right) \cdot b + (2b)^2 = \frac{1}{4}a^2 + 2ab + 4b^2$$

$$(xy - 3)(xy + 3) = x^2y^2 - 9$$

$$(6a - 7b)(6a + 7b) = 36a^2 - 49b^2$$

1) Upravte podle vzorců

a) $m^2 - 2mp + p^2 =$

b) $z^2 - 2z + 1 =$

c) $25 + 10a + a^2 =$

d) $\frac{1}{4}u^2 + \frac{1}{3}uv + \frac{1}{9}v^2 =$

e) $u^2 - \frac{1}{2}uv + \frac{1}{16}v^2 =$

f) $p^2 - 2pq + q^2 =$

g) $r^2 - ? + 25 =$

h) $? + 8mn + 16n^2 =$

i) $1 + 2x + ? =$

j) $4a^2 + ? + 9b^2 =$

k) $\frac{1}{4}x^2 - 0,01 =$

l) $(2x + 3)^2 - (x + 2)^2 =$

2) Rozlož na součin $(a - b)^2 - 16 =$

a) $(a - b - 16) \cdot (a - b + 16)$ **b) $(a - b - 4) \cdot (a - b + 4)$** c) $(a - b - 4) \cdot (a - b - 4)$ d) $(a - b - 16) \cdot (a - b - 16)$

3) Rozlož na součin $16x^4 - 81 =$

a) $16(x^4 - 4) - 17$ b) $1 \cdot (16x^4 - 81)$ c) $(4x^2 - 9)(4x^2 - 9)$ **d) $(4x^2 + 9)(2x - 3)(2x + 3)$**

4) Místo otazníku doplňte číslo tak, aby platila rovnost $3 \cdot (x - 6) \cdot (x + ?) = 3x^2 - 12x - 36$

a) 1 **b) 2** c) 3 d) 4

5) Čemu je roven následující výraz $x^4 \cdot [(x^2 \cdot x^3)^2]^2 - 1$?

a) $(x^6 - 1) \cdot (x^6 + 1)$ **b) $(x^{12} - 1) \cdot (x^{12} + 1)$** c) $x^{15} - 1$ d) $x^{20} - 1$

Vytýkání:

Hledáme **největší společný dělitel** všech členů daného výrazu. Tento společný dělitel píšeme pře výraz a do závorky píšeme **zbytky po dělení** všech členů tímto dělitelem.

1) Upravte vytknutím:

a) $22ab^2 + 28a^2b^2 + 14a^4b =$

$2ab(11b + 14ab + 7a^3)$

b) $18a - 45a^2 + 63a^3 =$

$9a(2 - 5a + 7a^2)$

c) $x(g + 2) + 2(g + 2) =$

$(g + 2)(x + 2)$

d) $a(b - 2) - 3(b - 2) =$

$(b - 2)(a - 3)$

e) $c(p - q) + p - q =$

$(p - q)(c + 1)$

f) $a^2 - b^2 + 9a + 9b =$

$(a + b)(a - b + 9)$

g) $2x(3x + 1) - 3x - 1 =$

$(3x + 1)(2x - 1)$

h) $px + 7y - py - 7x =$

$(x - y)(p - 7)$

2) Upravte vytknutím:

$(2a - 1)(2a + 1) - (2a - 3)^2 =$

$(12a - 10)$

3) Který největší výraz lze vytknout z uvedeného trojčlenu $3a^4b^3c^3 - 9a^2b^4 + 12a^3bc^2$?

a) $3a^2b$

b) $3a^2bc$

c) a^2b

d) $3ab$

4) Kterému z následujících výrazů je roven výraz $ab + ac + bc + bd$?

a) $a + b \cdot (b + c + d)$

b) $a \cdot (b + c) + b \cdot (c + d)$

c) $a \cdot (b + c) + c \cdot (b + d)$

d) $b + a \cdot (b + c + d)$

Hodnota výrazu

- 1) Určete hodnotu výrazu $\left(\frac{1}{1-a} - 1\right) : \left(\frac{2a^2}{1-a} + a\right)$ pro $a = -\frac{1}{2}$
a) -1/3 b) 1/2 c) 2 d) -1
- 2) Když $x=4$ a $y=1$, o kolik větší $(x+y)^2$ než $(x-y) \cdot (x+y)$?
a) o 5 b) o 25 c) o 100 d) o 10
- 3) Je dán výraz $\frac{(a-4)^2 - a^2}{(a+6)^2 - a^2} : \frac{2a-4}{3a+9}$. Určete hodnotu výrazu pro $a=-1$.
a) -1 b) 0 c) 1 d) -2
- 4) Jaké získáme číslo, když dosadíme do následujícího výrazu za $x=1$ a $y=-2$?
 $[-(3x+4y) \cdot (2x-3y) + 8x^2] - \{2x - [3y - (2x-y)]\} =$
a) 36 b) 40 c) -44 d) 44

Počítání s výrazy:

- 1) Zjednodušte výraz: $3 \cdot [3 \cdot (3x-3)] - 6 \cdot (6-6x) + 9 \cdot (9-9x)$
a) $18 - 18x$ b) $72 - x$ c) $24 \cdot (3-x)$ d) $54 - 54x$
- 2) Odstraňte závorky a zjednodušte výraz $(2-3b)^2 - 4(2-3b)$ $(9b^2 - 4)$
- 3) Zjednodušte výraz $\frac{3y \cdot (y-3)}{y^2 - 6y + 9}$, určete podmínky, za kterých má smysl.
a) $\frac{3y}{3-y}; y \neq 3$ b) $\frac{3y}{y-3}; y \neq 3$ c) $\frac{3y}{y+3}; y \neq -3$ d) $\frac{3}{y-3}; y \neq \pm 3$
- 4) Upravte složený výraz $\frac{\frac{4}{y}}{\frac{y}{2}}$ pro $y \neq 0$
a) 2 b) $\frac{y^2}{8}$ c) $\frac{8}{y^2}$ d) 0,5
- 5) Kterému z následujících výrazů je roven výraz $\frac{1}{x} + \frac{1}{x}$?
a) $\frac{2}{2x}$ b) $\frac{2}{x}$ c) x d) $\frac{1}{2x}$
- 6) Kraťte zlomky a uveďte podmínky, kdy mají výrazy smysl:
 $\frac{8ax}{12ay}; \quad \frac{12x^2 yz}{18x^2 y^3 z}; \quad \frac{ax+bx}{ax-bx}$
- 7) Upravte výraz: $\frac{15x+4y}{12} - \frac{3y-22x}{9} =$ $= \frac{133x}{36}$
- 8) Který výraz musíme přičíst k výrazu $6x^2 - 7y^2 + 8xy - 4x + 3y$, abychom získali výraz
 $x^2 - 7y^2 + 10xy - 4x - y + 1$ $(-5x^2 + 2xy - 4y + 1)$
- 9) Který výraz musíme přičíst k výrazu $u^2 + 2u^2v + v^2 + uv - 3$, abychom získali výraz
 $3u^2 + 5uv + 10u - 3$ $(2u^2 - 2u^2v - v^2 + 4uv + 10u)$

Poměr:

1) Zjednodušte dané poměry:

a) $3,6 : 9,3$

b) $8 : 1,6$

c) $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$

d) $1,5 : 4,5 : 3$

e) $4 : 2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$

2) Napište ve zjednodušeném poměru:

a) 1 km; 250 m [4:1]

b) 70 min; 3,5 h [1:3]

c) 7500 m²; 2 ha [3:8]

d) 7cm; 7 mm [10:1]

e) 75 g; 2,5 kg [3:100]

f) 0,18 m³; 120 dm³ [3:2]

3) Zvětšíme-li číslo 7 v poměru 2:3, dostaneme: (10,5)

4) Rozdělíme-li 84 Kč v poměru 5:7, dostaneme (35 Kč; 49 Kč)

Měřítko na mapě

1) Jak daleko má Zdeněk do školy, jestliže na mapě s měřítkem 1:70 000 je vzdálenost domu a školy 10,2 cm? (7,14 km)

2) Jakou délkou bude na mapě o měřítku 1:2500 skutečná vzdálenost 0,8 km? (32 cm)

3) Z Brna do Olomouce je 84km. Na mapě je tato vzdálenost vyznačena úsečkou délky 6 cm. Jaké je měřítko mapy? (1:1 400 000)

4) Délky stran obdélníku jsou v poměru 4 : 3 a obvod obdélníku je 84 cm. Vypočtěte úhlopříčku tohoto obdélníku. (30 cm)

5) Na plánu s měřítkem 1:450 je pozemek zakreslen jako čtverec s obsahem 49 cm². Kolik pletiva je zapotřebí k oplocení zahrady?

a) 315 dm

b) 0,126 km

c) 168 m

d) 1200 cm

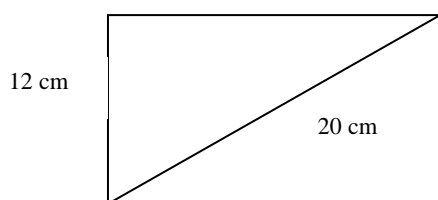
6) Na obrázku je zakresleno pole ve tvaru pravoúhlého trojúhelníku v měřítku 1:1 500. Jaká je skutečná rozloha pole?

a) 21 600 m²

b) 14 400 m²

c) 43 200 m²

d) 13 500 m²



7) Děti měly za úkol nakreslit na milimetrový papír cestu z místa A do místa B, která má ve skutečnosti délku 2 km a 575 m. Daniela zakreslila tuto cestu takto: 2/5 cesty nakreslila v měřítku 1:25 000 a 1/3 zbylé cesty v měřítku 1:12 500. Kolik měří celá cesta na mapě, jestliže zbytek cesty je na mapě vyznačen úsečkou o délce 8 cm? V jakém měřítku je zakreslen poslední úsek cesty?

a) 12,35 cm; 1:43265

b) 16,24 cm; 1:12875

c) 14,32 cm; 1 : 22 500

d) 15,8 cm; 1 : 56 000

Poměr ve slovních úlohách

- 1) Máme doma krabici plnou barevných kostek. Počet všech kostek je 72. Počet dřevěných, plastových a kovových kostek je v poměru 5:4:3. Kolik je kostek plastových?
a) 36 b) 18 c) 30 **d) 24**
- 2) V albu máme 110 známek. Dědeček známky mezi vnuky rozdělí podle toho, jak jsou děti staré, v poměru 4:3:2:1. Nejvíce přitom dostane nejstarší vnuk. Kolik známek dostane druhý nejstarší vnuk?
a) 40 b) 44 **c) 33** d) 30
- 3) V sadu je celkem 28 hrušní a jabloní. Jiné ovocné stromy v sadu nerostou. Počty hrušní a jabloní v tomto pořadí jsou v poměru 3 : 4. Které tvrzení je nepravdivé?
a) Hrušní je méně než jabloní
b) Mezi ovocnými stromy jsou 3/4 jabloní
c) Jabloní je o 4 více než hrušní
d) Jabloní je v sadu o $\frac{1}{3}$ více než hrušní
e) Hrušní je v sadu o $\frac{1}{4}$ méně než jabloní
- 4) Úhel β v trojúhelníku ABC má velikost 60° . Velikost zbývajících vnitřních úhlů jsou v poměru 1:2. Jakou velikost má nejmenší vnitřní úhel trojúhelníku ABC?
a) větší než 40°
b) 40°
c) 30°
d) 20°
e) menší než 20°
- 5) V trojúhelníku ABC se velikost vnějšího úhlu při vrcholu C rovná 126° . Vnitřní úhly α a β jsou v poměru 5:9. Vypočítejte vnitřní úhly. [45° ; 81° ; 54°]
- 6) Je možné, aby pro trojúhelník platilo, že jeho strany jsou v poměru 2:3:8 a obvod trojúhelníku je 169 cm.
a) Ano b) Ne
- 7) V trojúhelníku je poměr velikosti úhlů 1:1:2. Rozhodni o správném tvrzení.
a) trojúhelník má všechny úhly menší než 85° b) trojúhelník má jeden vnitřní úhel tupý
c) trojúhelník je rovnostranný **d) trojúhelník je rovnoramenný**
- 8) Hospodárným užíváním elektrické energie klesla její spotřeba v poměru 7:8. O kolik procent klesla spotřeba elektrické energie, [$12,5\%$]
- 9) Výroba starého čerpadla trvala 8 h 15 minut. Při výrobě nového typu se tento čas zkrátil o 1 hodinu 39 minut. Vyjádřete zkrácení výrobního času poměrem. [$4:5$]
- 10) Jirka se rozhodl, že výhru ze sázky rozdělí mezi sebe a své tři mladší bratry v poměru jejich věku 2:3:5:7. Každá částka byla vyplacena v celých korunách. Částka jednoho z nich byla 679 Kč. a) Kolik dostal každý? b) Jak velká byla Jirkova výhra? [a) 194 Kč; 291 Kč; 485 Kč b) 1 649 Kč]

- 11) Zemědělci připravili k setí 0,8 t osiva směsky, která obsahovala oves, ječmen a vikev v poměru 2:1:0,2. a) Kolik kg jednotlivých složek bylo v osivu? b) Vyjádřete zastoupení jednotlivých složek osiva v procentech. [a) 500 kg; 250 kg; 50 kg; b) 62,5 %; 31,25 %; 6,25 %]
- 12) V jakém poměru se změní obsah obdélníku, jestliže jeho délku 8 cm zvětšíme v poměru 5:4 a jeho šířku 4 cm zmenšíme v poměru 3:4? [15:16]

