

Téma 3: Lineární rovnice a jejich soustavy

(vyjádření neznámé ze vzorce, lineární rovnice o jedné neznámé, soustavy lineárních rovnic o dvou neznámých, slovní úlohy)

Vyjádření neznámé ze vzorce:

Vyjádřete ze vzorce neznámou uvedenou v závorce:

a) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v$ (r)	$\left[r = \sqrt{\frac{3V}{\pi v}} \right]$	f) $S = \pi r(r+s)$ (s)	$\left[s = \frac{S}{\pi r} - r \right]$
b) $F = k \cdot \frac{m}{r^2}$ (m)	$\left[m = \frac{F \cdot r^2}{k} \right]$	g) $W = R \cdot I^2 \cdot t$ (I)	$\left[I = \sqrt{\frac{W}{R t}} \right]$
c) $S = \frac{(a+c)v}{2}$ (a)	$\left[a = \frac{2 \cdot S - cv}{v} \right]$	h) $S = 2 \pi r(r+v)$ (v)	$\left[v = \frac{S - 2 \pi r}{2 \pi r} \right]$
d) $S = \frac{z \cdot v}{2}$ (z)	$\left[z = \frac{2S}{v} \right]$	i) $V = \frac{a^2 v}{3}$ (a)	$\left[a = \sqrt{\frac{3V}{v}} \right]$
e) $Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$ (Q_1)	$[Q_1 = 2Q - Q_2]$		

Lineární rovnice

1) Řešte rovnice v R a proveďte zkoušku správnosti:

- | | |
|---------------------------------------------------------|--------------------------|
| a) $2(a+3) - 3(a+3) = -4(a+3)$ | (-3) |
| b) $3[(z+2) - 4] - z + 1 = 2z - 5$ | (nekonečně mnoho řešení) |
| c) $(x+2)^2 - x^2 = -8$ | (1) |
| d) $y^2 - (y+5)^2 = 10$ | (-1,5) |
| e) $x - (x+3)(2-x) - (1+x)^2 = 4x+1$ | (-2) |
| f) $\frac{x+3}{5} = 8 - \frac{x-1}{4}$ | (17) |
| g) $3x - 2 = \frac{3}{5}(5x-3) - \frac{4x}{10}$ | (0,5) |
| h) $\frac{1-x}{2} = 4 - x + \frac{5x}{3}$ | (-3) |
| i) $\frac{1}{2}(x+3) + \frac{1}{4}(3x+2) = \frac{x}{4}$ | (-2) |

2) Řešením rovnice $(x-2)^2 = (x+1) \cdot (x-4) - \frac{3x-6}{2}$ je

- | | | | |
|-------|------|-------|--------|
| a) 10 | b) 5 | c) -1 | d) -10 |
|-------|------|-------|--------|

3) Řešením rovnice $2x^2 + 3 - (x-1)^2 = x^2 - \frac{2x-10}{2}$ není číslo:

- | | | | |
|----------|--------------|-----------|---------|
| a) liché | b) prvočíslo | c) kladné | d) celé |
|----------|--------------|-----------|---------|

4) Řešením rovnice $\frac{2x-7}{2} + x - \frac{3x+1}{5} = 5 - \frac{x+6}{2}$ je

- | | | | |
|------|------|-------|-------|
| a) 3 | b) 1 | c) -3 | d) -1 |
|------|------|-------|-------|

5) Řešením rovnice $\frac{2-3s}{3} + 1 = \frac{s-2}{2} + \frac{1}{6}$ je

- | | | | |
|---------|------|--------|--------|
| a) -5/3 | b) 5 | c) 1/3 | d) 5/3 |
|---------|------|--------|--------|

Rovnice ve slovních úlohách

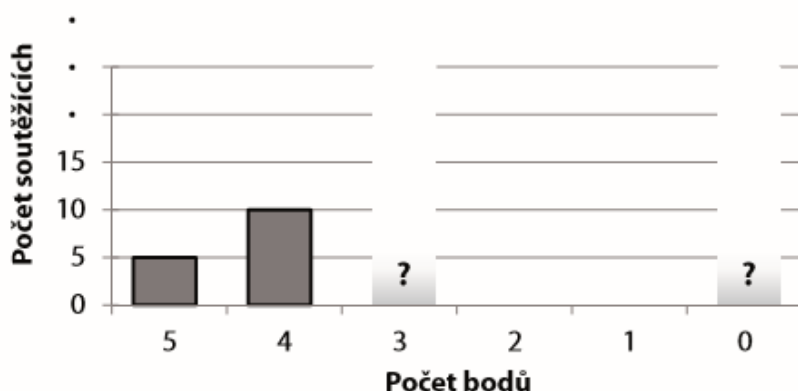
- 1) Myslím si číslo. Když k němu přičtu číslo 4, výsledek násobím dvanácti a získané číslo ještě dělím číslem 6, pak mi vyjde 20. Které číslo si myslím? [6]
- 2) Vypočtete, kolikrát je třeba k číslu 750 přičíst číslo 10, abychom získali číslo 7 500. [675x]
- 3) Úklidová firma má umýt všechna okna školy. První den umyje $\frac{1}{6}$ oken školy, druhý den třikrát více než první den a zbývajících 18 oken umyje třetí den. Kolik oken má škola? [54]
- 4) Za každých 5 minut napíše Dana 10 pozvánek, zatímco Šárka 14 pozvánek. Za jak dlouho společně napíší 120 pozvánek? [25]
- 5) Cena za 1 kg dražších bonbónů je 125 Kč. Cena za 1 kg levnějších bonbónů je 100 Kč. Z bonbónů namícháme dvě různé směsi. A) První směs obsahuje 2 kg dražších a 0,5 kg levnějších bonbónů. Vypočtete cenu 1 kg první směsi. B) Druhá směs obsahuje 2 kg dražších bonbónů a několik kg levnějších bonbónů. Cena za 1 kg této směsi je 110 Kč. Vypočtete, kolik kg levnějších bonbónů obsahuje druhá směs. [A) 120 Kč; B) 3 kg]
- 6) Dědeček je dnes 4krát starší než jeho vnuk. Před 2 lety byl dědeček o 6 let mladší, než byl pětinasobek věku vnuka. Kolik let je dnes dědečkovi a kolik vnukovi? [14; 56]
- 7) Dvě stě krabic pracích prášků bylo v obchodě narovnáno ve třech hromadách. V první bylo o 13 krabic více než ve druhé, ve druhé o jednu pětinu více než ve třetí hromadě. Kolik krabic bylo ve které hromadě? [79, 66, 55]
- 8) V trojúhelníku ABC je velikost vnitřního úhlu α o 12° menší než velikost úhlu β a úhel γ je čtyřikrát větší než úhel alfa. Jakou velikost mají úhly v trojúhelníku? [28° , 40° , 112°]
- 9) Jaroslav s dědečkem často hrál matematické hry. Dědeček mu zadal následující hádanku: Součet čtyř po sobě jdoucích sudých čísel je 116. Jaká jsou to čísla? [26; 28; 30; 30]
- 10) Úklidová firma používá různé robotické vysavače, které nepotřebují lidskou obsluhu. První vysají kanceláře za 4 hodiny, druhý za 5 hodin. Na úklid použili oba vysavače a po hodině práce k nim přidali nový třetí vysavač, který vysává o čtvrtinu rychleji, než první vysavač. A) Pokud by pracovaly pouze první dva vysavače, byly by s prací hotovy do dvou hodin od začátku vysávání? [Ne]
B) Zvládl by třetí vysavač sám vysát kanceláře za méně než 3 hodiny? [Ne]
C) Byl by první společně s třetím vysavačem rychlejší než druhý s třetím? [Ano]
- 11) Karel vyjel v nákladním automobilu MAN ze Znojma do Ostravy v 7:30 průměrnou rychlostí $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Ve stejnou chvíli vyrazil Pepa v Seatu z Ostravy do Znojma po stejné trase rychlostí $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. V kolik hodin a jak daleko od Ostravy si mohou Pepa a Karel zamávat, když se míjejí, víme-li, že silniční vzdálenost Znojmo-Ostrava je 210 km? [v 9 h, 90 km od Ostravy]
- 12) Z Jihlavy ve 13:00 vyjelo plně naložené nákladní auto rychlostí $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. V 15:30 po stejné trase vyjel motocykl rychlostí $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. A) V kolik hodin dožene řidič jedoucí na motorce nákladní auto? B) Jak daleko od Jihlavy se potkají? [v 17 h; 120 km od Jihlavy]
- 13) Dva kamarádi Krol z Katovic a Sigmund ze Štýrského Hradce se domluvili, že si pojedou naproti a setkají se v ČR. Po dálnici je vzdálenost z Katovic do Štýrského Hradce 570 km. Oby kamarádi vyjeli ze svých domovů ve stejnou dobu. Protože jsou v Rakousku lepší dálnice, tak byla Sigmundova průměrná rychlost o $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vyšší než Karlova. Jaká byla

průměrná rychlost obou kamarádů, jestliže se setkali po 180 minutách? Jak daleko od obou měst se setkali? [80km.h^{-1} ; 110 km.h^{-1} ; 240 km od Katovic a 330 km od Štýrského Hradce]

- 14) Petra se ráda koupe ve vaně s teplotou vody $38\text{ }^{\circ}\text{C}$. Zapnula si teplou vodu, nastavenou na $70\text{ }^{\circ}\text{C}$, a odběhla si. Než se vrátila, do vany přiteklo 40 litrů. Kolik vody o teplotě $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ si musí připustit, aby vznikla voda požadované teploty $38\text{ }^{\circ}\text{C}$? [80 litrů]
- 15) Internetový obchod nabízí při koupi pěti a více výrobků dopravu zdarma. Cena dopravy je 100 korun. Při koupi pěti výrobků bez započtení dopravy zaplatíme stejnou částku jako při koupi tří výrobků se započtením dopravy. Vypočítejte cenu výrobku. [50 Kč]
- 16) Dvě třídy o různém počtu žáků pojedou na exkurzi. Při objednání jednoho většího autobusu pro 50 cestujících by 3 místa chyběla. Pokud by každá třída jela sama v menším autobusu pro 35 cestujících, v prvním autobusu by 8 míst bylo volných. Místa pro pedagogický doprovod se nepočítají. Vypočítejte počet volných míst v druhém autobuse. [9 míst]

Slovní úlohy v grafech

- 1) V soutěži bylo možné získat 0 až 5 bodů. Ve skutečnosti každý z 15 nejlepších soutěžících získal 5 bodů, nebo 4 body. Počet soutěžících, kteří získali 3 body, byl stejný, jako počet soutěžících, kteří nezískali žádný bod. A) Vypočítejte průměrný výsledek dosažený v soutěži, kdyby se soutěže zúčastnilo 25 soutěžících. B) Vypočítejte počet soutěžících, jestliže průměrný výsledek dosažený v soutěži byl ve skutečnosti 2 body. [A) 3,2; B) 85]

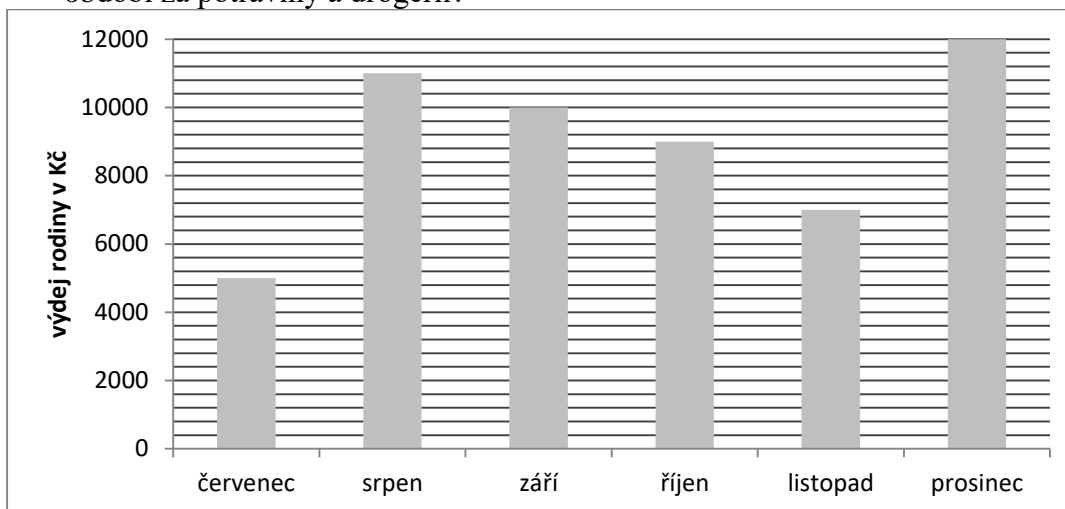


- 2) Za každý přestupek (A, B, C) je stanovena pevná výše pokuty. Na prvním stanovišti byly udíleny pokuty za přestupky A, B, C, na druhém stanovišti jen za přestupek D. V první tabulce je uveden počet zaznamenaných přestupků a průměrná výše pokuty za jeden přestupek na prvním stanovišti. Ve druhé tabulce jsou uvedeny údaje z obou stanovišť. A) vypočítejte, kolik korun se vybralo na pokutách za všechny přestupky na prvním stanovišti. B) Vypočítejte výši pokuty za jeden přestupek D. [A) 6000 Kč; B) 1500 Kč]

První stanoviště	
Přestupek	Počet přestupků
A	5
B	3
C	2
Průměrná výše pokuty za jeden přestupek	
600 Kč	

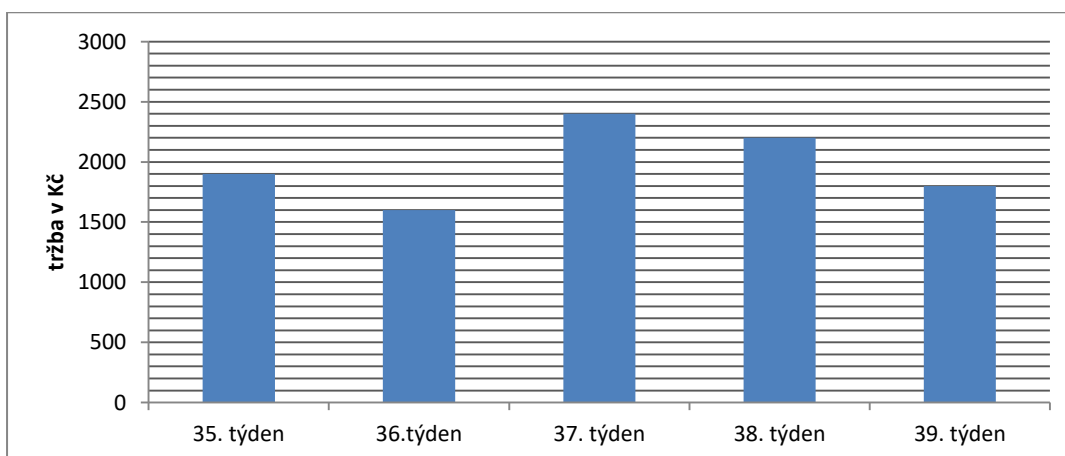
Obě stanoviště	
Přestupek	Počet přestupků
A	5
B	3
C	2
D	5
Průměrná výše pokuty za jeden přestupek	
900 Kč	

- 3) Ve sloupcovém grafu je znázorněn výdej rodiny za potraviny a drogerii v jednotlivých měsících druhého pololetí roku. Jaký byl průměrný měsíční výdej této rodiny ve zmiňovaném období za potraviny a drogerii?



- a) 9 500 Kč b) 8 000 Kč c) 8 500 Kč d) 9 000 Kč

- 4) Ve sloupcovém grafu je znázorněna v korunách tržba malého stánku s ovocem a zeleninou v jednotlivých týdnech roku. Jaká je průměrná týdenní tržba stánku za znázorněné období?



- a) 1960 Kč b) 2050 Kč c) 2000 Kč d) 1980 Kč

Soustavy lineárních rovnic o dvou neznámých:

- 1) Řešte soustavu v R a proveďte zkoušku správnosti:

- a) $2x - 3y = 0$; $-4x + y = -10$; [3;2]
b) $-2x + y = 5$; $6x - 3y = -24$ (nemá řešení)
c) $\frac{2}{3}(x+1) - 2y = -6$; $4x + \frac{1}{3}(y-1) = 9$ [2;4]

- 2) Která z následujících uspořádaných dvojic [x;y] je řešením soustavy rovnic:

$$11 - \frac{x+2}{5} = 2y; \quad \frac{x+1}{2} - \frac{y-2}{3} = 1$$

- a) [1;4] b) [-3;0] c) [2;2] d) [3;5]

- 3) Která z následujících uspořádaných dvojic [x;y] je řešením soustavy rovnic:

$$\frac{x+2y}{5} = 0,8; \quad 3 \cdot (-x + y) = -3$$

- a) [1;2] b) [-2;-1] c) [0;-1] d) [2;1]

Soustavy rovnic ve slovních úlohách:

- 1) Polovina součtu dvou čísel je sedm. Podíl těchto čísel je 2,5. Určete tato čísla. [4, 10]
- 2) Petr a Eva našli dohromady 52 hub. Při návratu z lesa dal Petr Evě 3 hříby. Počty hub, které přinesli Petr a Eva, byly v poměru 6:7. Kolik hub každý z nich našel? [25; 27]
- 3) Jestliže dá Petr Davidovi 6 korun, budou mít oba stejně. Jestliže dá David Petrovi 6 korun, bude mít Petr pětkrát více než David. Kolik korun má každá z nich?[Petr 24, David 12]
- 4) Kdybychom délku obdélníku zmenšili o 2 cm a šířku zvětšili o 1 cm, zůstal by obsah stejný. Vypočítejte rozměry tohoto obdélníku, jehož obvod je 22 cm. [a=8cm, b=3cm]
- 5) Na dvou stromech sedělo 17 havranů. Jestliže z prvního přeletěli na druhý 3 havrani a z druhého odletělo celkem 5 havranů, zůstalo na prvním stromě dvakrát více havranů než na druhém. Kolik havranů bylo původně na prvním a kolik na druhém stromě? [první strom 11; druhý strom 6]
- 6) Za 50 lístků na školní představení kina a divadla bylo vybráno 445 Kč. Lístek do kina stál 4 Kč, lístek do divadla 11 Kč. Kolik lístků do divadla a kolik lístků do kina škola koupila[do kina 15 ks; do divadla 35 ks]
- 7) Bratři Petr a Marek šetří na dárek pro maminku. Petr má ušetřeno polovinu toho, co Marek. Dohromady mají ušetřeno 210 Kč. Kolik má ušetřeno Petr a kolik Marek?
 - a) Petr 60 Kč, Marek 150 Kč
 - b) Petr 65 Kč, Marek 130 Kč
 - c) Petr 80 Kč, Marek 160 Kč
 - d) Petr 70 Kč, Marek 140 Kč**
- 8) Jana zaplatila za tři stejné sešity celkem 27 Kč. Pavel koupil dva sešity a ještě čtyři tužky a zaplatil 38 Kč. Ivo koupil dvě tužky a pravítko a zaplatil 25 Kč. Kolik Kč stojí pravítko? (15 Kč)
- 9) Matematické soutěže se zúčastnilo 48 žáků z 8. a 9. ročníků. Žáků z 9. ročníku bylo o 10 více než žáků z 8. ročníku. Kolik žáků z 8. ročníku se celkem zúčastnilo soutěže? (19)
- 10) Šest rohlíků stojí stejně jako pět housek. Rohlík je o padesát haléřů levnější než houska. Kolik korun postačí na nákup deseti rohlíků a pěti housek?
 - a) 30 Kč je málo, ale 35 Kč postačí
 - b) Nestací ani 40 Kč
 - c) Stačí 30 Kč
 - d) 35 Kč je málo, ale 40 Kč postačí**
- 11) Na knižní veletrh šli tři kamarádi. Dva z nich měli vstup za plnou cenu a jeden za poloviční cenu. Na veletrhu si všichni tři koupili stejnou knihu. Jedna kniha a jeden vstup za plnou cenu stály celkem 250 Kč., další dvě knihy a oba zbývající vstupy 470 Kč. Kolik Kč stála jedna kniha?
 - a) méně než 190 Kč
 - b) 190 Kč
 - c) 200 Kč
 - d) 210 Kč
 - více než 210 Kč